

Министерство образования и науки Российской Федерации
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
СБОРНИК ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ
Часть 4

Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия для студентов I курса
технических специальностей и преподавателей

2-е издание, исправленное и дополненное

НОВОСИБИРСК
2015

УДК 517(075.8)

М34

Рецензенты:

В.А. Селезнев, д-р физ.-мат. наук, профессор

А.В. Чехонадских, д-р техн. наук, доцент

Работа выполнена на кафедре инженерной математики

М34

Математический анализ : сборник индивидуальных заданий : учебное пособие / коллектив авторов; под редакцией Г. В. Недогибченко, О. В. Шеремет. – 2-е изд., испр. и доп. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2015. – Часть 4. – 95 с.

ISBN 978-5-7782-2716-3

Сборник представляет собой банк индивидуальных заданий из 5 000 задач, сгруппированных в 200 разделов по 25 вариантов в каждом в соответствии с основным содержанием курса математического анализа для студентов 1 курса технических специальностей НГТУ. В часть 4 сборника включены задачи из 24 разделов по теме: «Интегральное исчисление функции одной переменной».

Задачи предназначены для использования на практических занятиях в течение семестра в виде тестов в бумажном или компьютерном вариантах наряду с обычным методом проведения практических занятий, а также для самостоятельной работы студентов.

Задания части 4 составили:

Г. В. Недогибченко (12, 18, 39, 41, 43, 46, 50, 74, 85),

А. Г. Калашникова (5, 12, 24),

Т. И. Ерзина (26, 35),

А. Г. Меграбов (53),

В. Е. Кац (59, 62, 65),

Б. Г. Писляков (77, 80, 83),

Р. И. Святкина (91),

А. А. Шалагинов (18),

Г. А. Кузин (62, 65, 68, 85)

УДК 517(075.8)

ISBN 978-5-7782-2716-3

© Новосибирский государственный
технический университет, 2009, 2015

СТУДЕНТАМ

Решая задачу, доводите решение до конца: часто предложенные варианты ответов провоцируют на выбор неправильного.

Анализируя предложенные варианты ответов, просмотрите их все: верных ответов может быть несколько

Оглавление

4. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ ...5	
4.1. НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ5	
4.1.1. Выбор первообразной5	
4.1.2. Интегрирование подведением функции под знак дифференциала13	
4.1.3. Выбор формулы интегрирования19	
4.1.4. Выбор интегралов, для нахождения которых необходимо применение метода интегрирования по частям25	
4.1.5. Выбор вида разложения рациональной дроби27	
4.1.6. Нахождение разложения правильной дроби36	
4.1.7. Выбор рационализирующей подстановки 140	
4.1.8. Выбор рационализирующей подстановки 2 (тригонометрическая функция)42	
4.1.9. Выбор подстановки, избавляющей от иррациональности 3 (под корнем квадратный двучлен)44	
4.2. ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ47	
4.2.1. Интеграл от составной функции – 1 (геометрический смысл интеграла)47	
4.2.2. Интеграл от составной функции – 2 (аналитическое задание функции)51	
4.2.3. Интегрирование по частям – 154	
4.2.4. Интегрирование по частям – 257	
4.2.5. Определенный интеграл от иррациональной функции (под корнем – линейная функция)60	
4.2.6. Интегрирование тригонометрических функций – 163	
4.2.7. Интегрирование тригонометрических функций – 266	
4.2.8. Интегрирование рациональной функции от экспоненты69	
4.2.9. Выбор несобственных интегралов72	
4.2.10. Выбор сходящихся несобственных интегралов75	
4.2.11. Вычисление несобственного интеграла I рода или установление его расходимости78	
4.2.12. Вычисление несобственного интеграла II рода или установление его расходимости81	
4.3. ПРИЛОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА84	
4.3.1. Площадь плоской области – 1 (явное задание границ в декартовых координатах)84	
4.3.2. Площадь плоской области 2 (параметрическое задание границ)86	
4.3.3. Площадь плоской области – 3 (полярные координаты)92	

4. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

4.1. НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

4.1.1. Выбор первообразной

Составитель: Калашникова А. Г.

Укажите первообразную заданной функции

№	Условие задачи и варианты ответов
1	$f(x) = \frac{1}{4x^2 + 9}$
	1) $F(x) = \frac{1}{6} \ln 4x^2 + 9 + C$ 2) $F(x) = \frac{1}{2} \ln 4x^2 + 9 + C$
	3) $F(x) = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2x}{3} + C$ 4) $F(x) = \frac{1}{6} \operatorname{arctg} \frac{2x}{3} + C$
	5) $F(x) = \frac{1}{12} \ln \left \frac{2+3x}{2-3x} \right + C$ 6) $F(x) = \frac{1}{4} \ln \left \frac{2+3x}{2-3x} \right + C$
2	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{9-4x^2}}$
	1) $F(x) = \frac{1}{6} \sqrt{9-4x^2} + C$ 2) $F(x) = \frac{1}{2} \sqrt{9-4x^2} + C$
	3) $F(x) = \frac{1}{4} \ln \left \frac{2+3x}{2-3x} \right + C$ 4) $F(x) = \frac{1}{12} \ln \left \frac{2+3x}{2-3x} \right + C$
	5) $F(x) = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2x}{3} + C$ 6) $F(x) = \frac{1}{6} \arcsin \frac{2x}{3} + C$
3	$f(x) = \frac{1}{4-9x^2}$
	1) $F(x) = -\frac{1}{6} \ln 4-9x^2 + C$ 2) $F(x) = -\frac{1}{3} \ln 4-9x^2 + C$
	3) $F(x) = \frac{1}{12} \ln \left \frac{2+3x}{2-3x} \right + C$ 4) $F(x) = \frac{1}{4} \ln \left \frac{2+3x}{2-3x} \right + C$
	5) $F(x) = \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{2x}{3} + C$ 6) $F(x) = \frac{1}{6} \operatorname{arctg} \frac{2x}{3} + C$

Укажите первообразную заданной функции

№	Условие задачи и варианты ответов
4	$f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-25x^2}}$
	1) $F(x) = \frac{1}{5} \arcsin \frac{5x}{2} + C$ 2) $F(x) = \arcsin \frac{5x}{2} + C$ 3) $F(x) = -\frac{1}{50} \ln \sqrt{4-25x^2} + C$ 4) $F(x) = \frac{1}{50} \ln 25x^2 - 4 + C$ 5) $F(x) = -\frac{1}{25} \sqrt{4-25x^2} + C$ 6) $F(x) = -\frac{1}{50} \sqrt{4-25x^2} + C$
5	$f(x) = \frac{x}{25x^2 - 4}$
	1) $F(x) = \frac{1}{10} \operatorname{arctg} \frac{5x}{2} + C$ 2) $F(x) = \frac{1}{10} \ln \left \frac{2+5x}{2-5x} \right + C$ 3) $F(x) = \frac{1}{20} \ln \left \frac{2+5x}{2-5x} \right + C$ 4) $F(x) = \frac{1}{50} \ln 25x^2 - 4 + C$ 5) $F(x) = \frac{1}{25} \sqrt{25x^2 - 4} + C$ 6) $F(x) = \frac{1}{50} \sqrt{25x^2 - 4} + C$
6	$f(x) = \frac{1}{4-25x^2}$
	1) $F(x) = \frac{1}{5} \arcsin \frac{5x}{2} + C$ 2) $F(x) = \frac{1}{10} \operatorname{arctg} \frac{5x}{2} + C$ 3) $F(x) = \arcsin \frac{5x}{2} + C$ 4) $F(x) = \frac{1}{50} \ln 25x^2 - 4 + C$ 5) $F(x) = \frac{1}{10} \ln \left \frac{2+5x}{2-5x} \right + C$ 6) $F(x) = \frac{1}{20} \ln \left \frac{2+5x}{2-5x} \right + C$
7	$f(x) = \frac{x^2}{x^3 + 4}$
	1) $F(x) = \frac{2}{3(x^3 + 4)^2} + C$ 2) $F(x) = \frac{1}{(x^3 + 4)^2} + C$ 3) $F(x) = \frac{1}{3} \ln x^3 + 4 + C$ 4) $F(x) = \ln x^3 + 4 + C$ 5) $F(x) = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C$ 6) $F(x) = \frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{x^2}{2} + C$

Укажите первообразную заданной функции

№	Условие задачи и варианты ответов
8	$f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$
	1) $F(x) = \frac{1}{(x^2 + 4)^2} + C$ 2) $F(x) = \frac{1}{3} \ln x^2 + 4 + C$
	3) $F(x) = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 4) + C$ 4) $F(x) = \frac{x}{4} \ln(x^2 + 4) + C$
	5) $F(x) = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C$ 6) $F(x) = \frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{x^2}{2} + C$
9	$f(x) = \frac{x}{x^4 + 4}$
	1) $F(x) = \frac{1}{(x^4 + 4)^2} + C$ 2) $F(x) = \frac{1}{3} \ln x^4 + 4 + C$
	3) $F(x) = \frac{1}{2} \ln(x^4 + 4) + C$ 4) $F(x) = \ln x^4 + 4 + C$
	5) $F(x) = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C$ 6) $F(x) = \frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{x^2}{2} + C$
10	$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1 - 4x^2}}$
	1) $F(x) = \frac{1}{2} \arcsin 2x + C$ 2) $F(x) = \frac{1}{4} \arcsin 2x + C$
	3) $F(x) = \sqrt{1 - 4x^2} + C$ 4) $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{1 - 4x^2}} + C$
	5) $F(x) = -\frac{1}{4} \sqrt{1 - 4x^2} + C$ 6) $F(x) = -\frac{1}{8} \ln 1 - 4x^2 + C$
11	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - 4x^2}}$

1) $F(x) = -\frac{1}{4}\sqrt{1-4x^2} + C$	2) $F(x) = -\frac{1}{8}\sqrt{1-4x^2} + C$
3) $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{1-4x^2}} + C$	4) $F(x) = -\frac{1}{8}\ln\sqrt{1-4x^2} + C$
5) $F(x) = \frac{1}{2}\arcsin 2x + C$	6) $F(x) = \frac{1}{4}\arcsin 2x + C$

Укажите первообразную заданной функции

№	Условие задачи и варианты ответов	
12	$f(x) = \frac{x}{1-4x^2}$	
	1) $F(x) = \sqrt{1-4x^2} + C$	2) $F(x) = -\frac{1}{4}\sqrt{1-4x^2} + C$
	3) $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{1-4x^2}} + C$	4) $F(x) = \frac{1}{2}\ln 1-4x^2 + C$
	5) $F(x) = \ln 1-4x^2 + C$	6) $F(x) = -\frac{1}{8}\ln 1-4x^2 + C$
13	$f(x) = \sin 2x \cdot e^{\cos^2 x}$	
	1) $F(x) = \frac{1}{2}\cos 2x e^{\cos^2 x} + C$	2) $F(x) = \frac{1}{2}\cos 2x e^{\sin^2 x} + C$
	3) $F(x) = -\frac{1}{2}e^{\cos^2 x} + C$	4) $F(x) = -e^{\cos^2 x} + C$
	5) $F(x) = -\frac{e^{\cos^2 x}}{\cos x} + C$	6) $F(x) = -\frac{e^{\cos^2 x}}{\sin x} + C$
14	$f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x^4}}$	
	1) $F(x) = -\frac{1}{4}\sqrt{4-x^4} + C$	2) $F(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{4-x^4} + C$
	3) $F(x) = \frac{1}{2}\arcsin \frac{x^2}{2} + C$	4) $F(x) = \frac{1}{4}\arcsin \frac{x^2}{2} + C$
	5) $F(x) = -\frac{1}{4}\ln\sqrt{4-x^4} + C$	6) $F(x) = -\frac{1}{4x}\ln\sqrt{4-x^4} + C$

	$f(x) = \frac{x^2}{x^6+16}$	
15	1) $F(x) = \ln(x^6+16) + C$	2) $F(x) = \frac{1}{6\sqrt{x^6+16}} + C$
	3) $F(x) = \frac{1}{12} \operatorname{arctg} \frac{x^3}{4} + C$	4) $F(x) = \frac{1}{12(x^6+16)^2} + C$
	5) $F(x) = \frac{1}{6} \ln(x^6+16) + C$	6) $F(x) = \operatorname{arctg} \frac{x^3}{4} + C$